

עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה י"א

4 יחידות לימוד תשפ"ב

העבודה מתוך קובץ השאלות ומספר הלימוד של יואל גבע לכיתה י'.

את העבודה יש להגיש למורה למתמטיקה בשבוע הראשון של שנת הלימודים תשפ"ב.

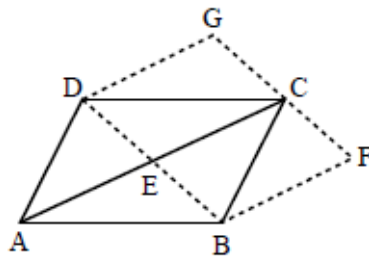
את העבודה יש להגיש בקלסר או שמרדף בצורה מסודרת לפי סדר העבודה.

בתחילת השנה יערך מבחן מסכם על החומר של כיתה יוד.
התרגילים המופיעים בעבודת הקיץ מהווים חזרה למבחן זה.

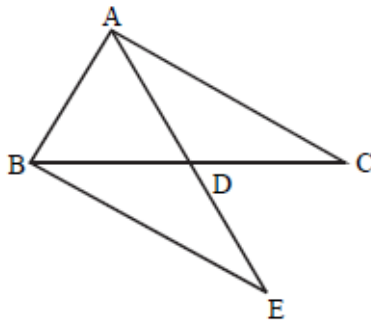
עבודה נעימה!

עבודת קיץ – גיאומטריה (4 יחידות)

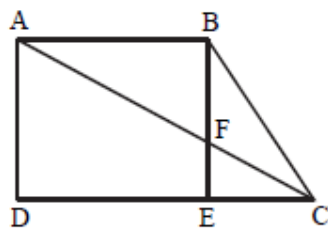
בעיות עם משולשים ומרובעים (כולל פרופורציה ודמיון)



1. המרובעים ABCD ו-BFGD הם מקבילים.
נתון: $CG = CF$ (C על הקטע GF).
א. הוכח: המרובע ECGD הוא מקבילית.
ב. הוכח: אם המקבילית ABCD היא מעוין, אז המרובע ECGD הוא מלבן.



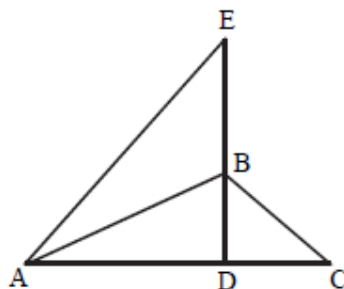
2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC, כך ש- $\angle ADB < 90^\circ$. נקודה E נמצאת על המשך הקטע AD כך שמתקיים $AD = DE$, $AC = BE$.
א. הוכח: AD תיכון ל-BC במשולש ABC.
ב. הוכח: $S_{ABD} = S_{BDE}$.



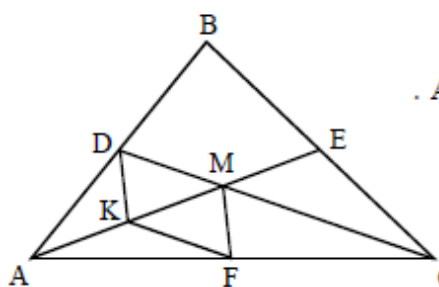
3. לפניך טרפז ישר-זווית ABCD ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$). BE הוא הגובה לבסיס DC. האלכסון AC חוצה את הזווית BCD, וחותך את הגובה BE בנקודה F.

- נתון: $\frac{BC}{EC} = 2$, $S_{EFC} = 4$ סמ"ר.
א. חשב את שטח המשולש ABF.
ב. חשב את שטח המלבן ABED.

תשובה: א. 16 סמ"ר. ב. 48 סמ"ר.

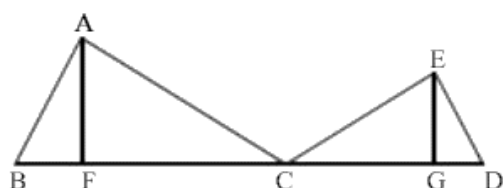


4. במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD. נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD, כך ש-AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור). נתון: $\angle BCA = 2 \cdot \angle BAC$.
א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.



5. התיכונים AE ו-CD במשולש ABC נפגשים בנקודה M. נקודה K היא אמצע הקטע AM. F היא נקודה על הצלע AC כך ש- $KF \parallel DC$ (ראה ציור).
א. הוכח: $2KF = MC$.
ב. הוכח: המרובע KDMF הוא מקבילית.

6. בצירור שלפניך נתון: $\angle ACB = \angle ECD$, $\angle ABC = \angle EDC$, BCD – קו ישר.



AF גובה ל-BC, EG גובה ל-CD.

א. הוכח: $\frac{AF}{GE} = \frac{BC}{CD}$.

ב. נתון: $AF = 4$ ס"מ, $EG = 3$ ס"מ,

$BD = 14$ ס"מ. חשב את אורכי

הקטעים BC ו-DC.

תשובה: ב. 8 ס"מ, 6 ס"מ.

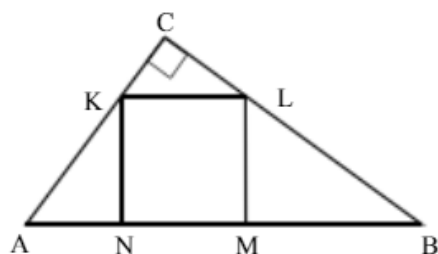
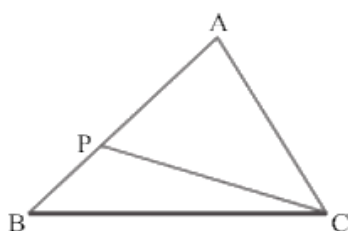
7. בצירור שלפניך נתון: $\angle ABC = \angle ACP$,

9 ס"מ AP , 12 ס"מ AC .

שטח המשולש BPC הוא 35 סמ"ר.

חשב את שטח המשולש ABC.

תשובה: 80 סמ"ר.



8. ABC הוא משולש ישר-זווית.

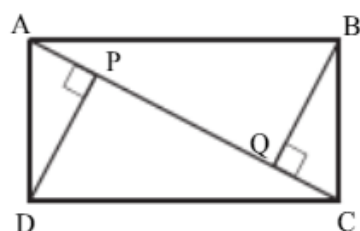
KLMN הוא ריבוע החסום במשולש.

נתון: 4 ס"מ AN , 9 ס"מ MB .

א. חשב את צלע הריבוע.

ב. חשב את שטח המשולש CKL.

תשובה: א. 6 ס"מ. ב. 8.308 סמ"ר.

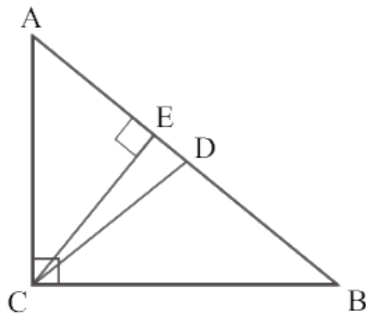


9. במלבן ABCD הקטעים BQ ו-DP מאונכים לאלכסון AC (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle APD \sim \triangle BQA$.

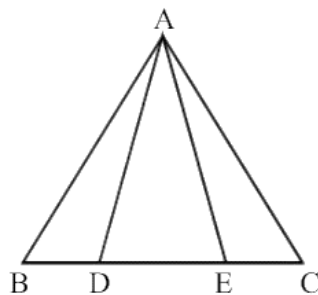
ב. הוכח: $BQ^2 = AP \cdot AQ$.

טריגונומטריה במשולש ישר זווית



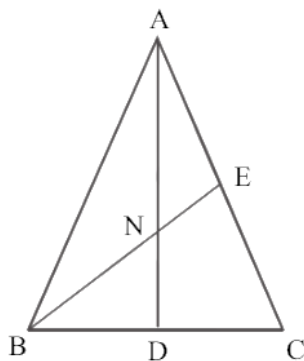
1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $AC = 8$ ס"מ, $AB = 17$ ס"מ, CD הוא תיכון ליתר, CE הוא גובה ליתר.
חשב את הזוויות $\angle DCB$ ו- $\angle DCE$.

תשובה: 28.07° , 33.86° .



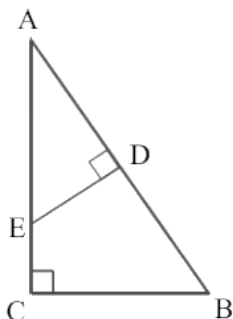
2. במשולש ABC נתון: $DE = 4.2$ ס"מ, $BC = 6.8$ ס"מ, $\angle DAE = 32^\circ$, $AD = AE$, $AB = AC$.
א. חשב את אורך הגובה המורד מקדקוד A לצלע BC.
ב. חשב את גודל הזווית ABC.

תשובה: א. 7.324 ס"מ. ב. 65.10° .



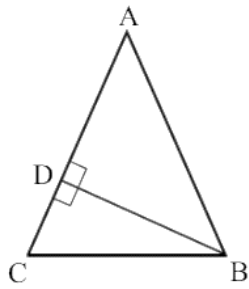
3. משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$).
AD ו-BE הם התיכונים היוצאים בהתאמה מהקדקודים A ו-B ונפגשים בנקודה N.
נתון: $AD = 15$, $BE = 12$.
חשב את גודל הזווית BND.

תשובה: 51.32° .



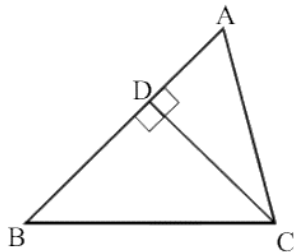
4. ABC הוא משולש ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).
נתון: $\angle A = 36^\circ$, $BC = 6$.
DE הוא האנך האמצעי ליתר AB.
א. חשב את גודל הזווית CBE.
ב. חשב את אורך הקטע CE.

תשובה: א. 18° . ב. 1.95 ס"מ.



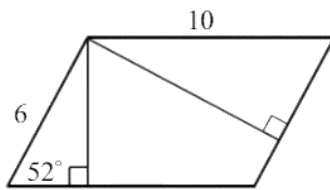
5. BD הוא הגובה לשוק במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$). נתון: $AC = 16$ ס"מ, $\angle BAC = 36^\circ$.
 א. חשב את אורך הגובה BD.
 ב. חשב את שטח המשולש ABC.
 ג. חשב את שטח המשולש ABD.

תשובה: א. 9.405 ס"מ. ב. 75.24 סמ"ר. ג. 60.87 סמ"ר.



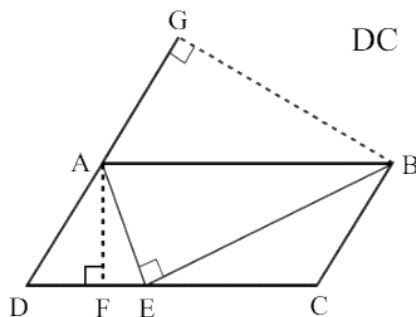
6. CD הוא הגובה לצלע AB במשולש ABC. נתון: $AB = 10$ ס"מ. שטח המשולש ABC הוא 40 סמ"ר.
 א. חשב את אורך הגובה CD.
 ב. נתון: $BD = 6$ ס"מ. חשב את הזווית ACB.

תשובה: א. 8 ס"מ. ב. 63.43° .



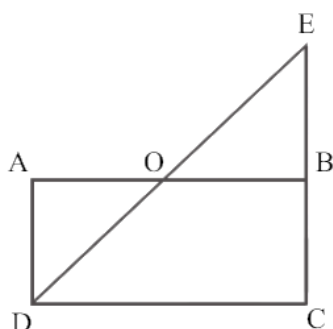
7. נתונה מקבילית שאורכי צלעותיה הם 10 ס"מ ו-6 ס"מ והזווית החדה שלה היא 52° .
 א. חשב את שני הגבהים של המקבילית.
 ב. חשב את שטח המקבילית.

תשובה: א. 7.88 ס"מ, 4.728 ס"מ. ב. 47.28 סמ"ר.



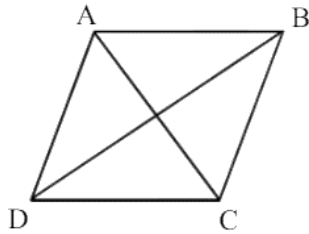
8. במקבילית ABCD נקודה E נמצאת על הצלע DC כך ש- $\angle AEB = 90^\circ$. נתון: $\angle ADC = 50^\circ$, $\angle ABE = 20^\circ$, $AD = 10$ ס"מ.
 חשב את הגובה AF ואת הגובה BG.

תשובה: 7.66 ס"מ, 18.26 ס"מ.



9. הנקודה O נמצאת על הצלע AB של מלבן ABCD. המשך הקטע DO חותך את המשך הצלע CB בנקודה E. נתון: $DE = 16$ ס"מ, $BE = 6$ ס"מ, $\angle EOB = 40^\circ$.
 חשב את שטח המלבן.

תשובה: 52.52 סמ"ר.



10. אורכי האלכסונים במעוין הם $BD = 88$ ס"מ ו- $AC = 66$ ס"מ. חשב את זוויות המעוין ואת אורך צלעו.

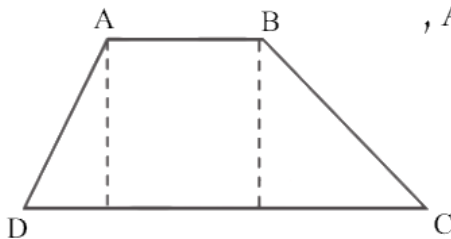
תשובה: $106.26^\circ, 73.74^\circ, 106.26^\circ, 73.74^\circ$, 55 ס"מ.

11. אורך צלע של מעוין הוא 37 ס"מ ואחת מזוויותיו היא 110° .
א. חשב את אורכי האלכסונים של המעוין.
ב. חשב את שטח המעוין.

תשובה: א. 60.62 ס"מ, 42.44 ס"מ. ב. 1286.4 סמ"ר.

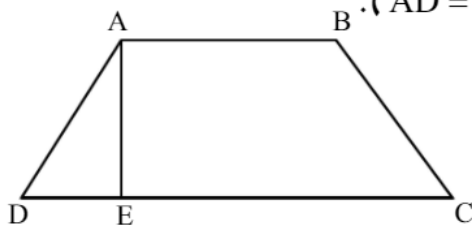
12. נתון ריבוע שאורך אלכסונו $4\sqrt{2}$ ס"מ.
א. חשב את צלע הריבוע.
ב. חשב את שטח הריבוע (פתור בשתי דרכים).

תשובה: א. 4 ס"מ. ב. 16 סמ"ר.



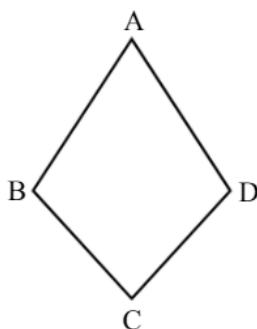
13. בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$) נתון: $AD = 15$ ס"מ, $\angle D = 70^\circ$, $AB = 13$ ס"מ, $BC = 19$ ס"מ.
א. חשב את הזווית BCD.
ב. חשב את אורך הבסיס DC.
ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: א. 47.89° . ב. 30.87 ס"מ. ג. 309.2 סמ"ר.



14. ABCD טרפז שווה-שוקיים ($AD = BC$, $AB \parallel DC$). נתון: $AB = 30$ ס"מ, $DC = 50$ ס"מ. AE הוא גובה בטרפז ואורכו 14 ס"מ.
א. חשב את הזווית D.
ב. חשב את הזווית ACD.

תשובה: א. 54.46° . ב. 19.29° .



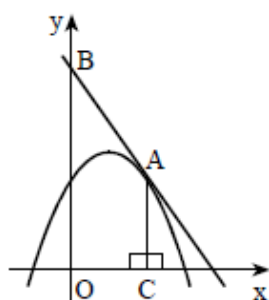
15. בדלתון ABCD אורכי הצלעות הם: $AB = AD = 12$ ס"מ, $BC = CD = 8$ ס"מ. אחת מזוויות הראש היא $\angle BAD = 40^\circ$. חשב את זוויות הדלתון האחרות.

תשובה: $\angle C = 61.74^\circ$, $\angle B = \angle D = 129.13^\circ$.

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים (4 יחידות)

1. הישר $y=5$ חותך את הפרבולה $y=x^2+1$ בשתי נקודות.
 א. מצא את משוואות המשיקים לפרבולה בנקודות אלה.
 ב. מצא את נקודת החיתוך בין שני המשיקים שמצאת בסעיף א'.

תשובה: א. $y=-4x-3$, $y=4x-3$. ב. $(0;-3)$.



2. לגרף הפונקציה $y=-x^2+2x+3$ מעבירים משיק בנקודה $A(2;3)$. המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה B. מנקודה A מורידים אנך AC לציר ה- x . חשב את שטח הטרפז ABOC (O - ראשית הצירים).

תשובה: 10.

3. הישר $y=2x+4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=x^2+8x+c$. מצא את ערכו של c.

תשובה: 13.

4. לגרף הפונקציה $y=ax^2+1$ מעבירים משיק בנקודה $x=1$.
 א. הבע באמצעות a את משוואת המשיק.
 ב. המשיק שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=2$. מצא את a.

תשובה: א. $y=2ax+1-a$. ב. $-\frac{1}{3}$.

- חקור את הפונקציות הבאות על פי הסעיפים הבאים ומצא:
 א. תחום הגדרה. ב. נקודות מינימום ומקסימום. ג. תחומי עלייה וירידה.
 ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. שרטט את גרף הפונקציה.

5. $y=x(12-x^2)$.6. $y=x^4-18x^2+32$

8. חקור את הפונקציה $y=3x^4-8x^3+6x^2$ ומצא: א. תחום הגדרה. ב. נקודות מינימום ומקסימום. ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים. ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

9. נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.

א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.

ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

ג. מצא לאילו ערכים של k , הפונקציה חותכת את הישר $y = k$:

(1) ב-4 נקודות. (2) ב-3 נקודות. (3) ב-2 נקודות. (4) באף נקודה.

10. לפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + mx + 10$ יש נקודת קיצון ב- $x = 1$.
א. מצא את m .

ב. מצא את נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) - 13 = 0$.

תשובות:

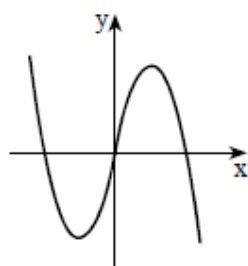
5. א. כל x .

ב. $(2; 16)$ מקסימום, $(-2; -16)$ מינימום.

ג. עלייה: $-2 < x < 2$,

ירידה: $x < -2$ או $x > 2$.

ד. $(-3.464; 0)$, $(3.464; 0)$, $(0; 0)$.



6. א. כל x .

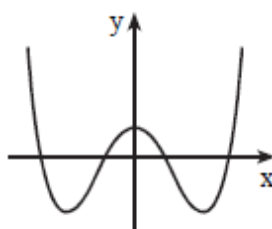
ב. $(3; -49)$ מינימום, $(0; 32)$ מקסימום,

$(-3; -49)$ מינימום.

ג. עלייה: $-3 < x < 0$ או $x > 3$.

ירידה: $x < -3$ או $0 < x < 3$.

ד. $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; 0)$, $(-4; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 32)$.

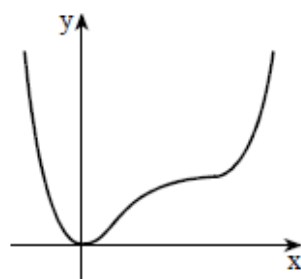


8. א. כל x .

ב. $(0; 0)$ מינימום.

ג. עלייה: $x > 0$, ירידה: $x < 0$.

ד. $(0; 0)$.

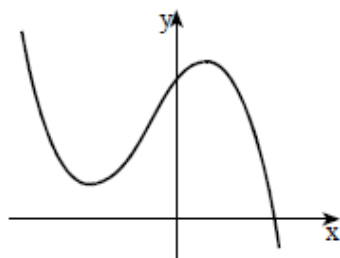


9. א. תחום הגדרה: כל x . נקודות קיצון: $(\sqrt{2}; -4)$ מינימום, $(0; 0)$ מקסימום,

$(-\sqrt{2}; -4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(-2; 0)$, $(0; 0)$, $(2; 0)$.

ב. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$, $x \neq 0$.

ג. (1) $-4 < k < 0$. (2) $k = 0$. (3) $k > 0$ או $k = -4$. (4) $k < -4$.



10. א. 3.
 ב. $(1; 11\frac{2}{3})$ מקסימום, $(-3; 1)$ מינימום.
 ג. פתרון אחד.

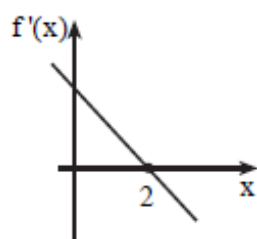
11. הפונקציה $y = x^3 - 15x^2 + 48x - 3$ מוגדרת בקטע $[0, 11]$.
 א. מצא את הערך הגדול ביותר ואת הערך הקטן ביותר של הפונקציה.
 ב. הסבר מדוע גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בשלוש נקודות שונות.
 תשובה: א. $41, -67$.

12. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = (x^2 - 8)^5$ בנקודה $x = 3$.
 תשובה: $y = 30x - 89$.

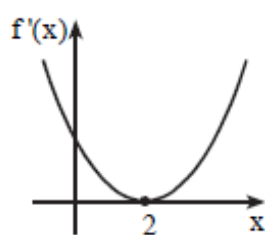
13. לגרף הפונקציה $y = (x + 4)^3$ מעבירים שני משיקים בעלי שיפוע 3.
 א. מצא את שיעורי נקודות ההשקה.
 ב. מצא את משוואות המשיקים.
 תשובה: א. $(-3; 1), (-5; -1)$. ב. $y = 3x + 10, y = 3x + 14$.

14. מצא עבור הפונקציה $y = (x^2 - 6x)^3$:
 א. נקודות מינימום ומקסימום. ב. תחומי עלייה וירידה.
 ג. נקודות חיתוך עם הצירים. ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

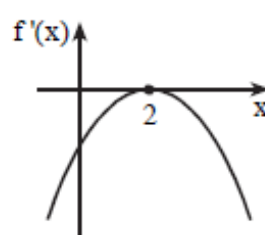
15. לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
 א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



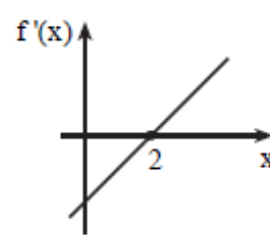
גרף 1



גרף 2

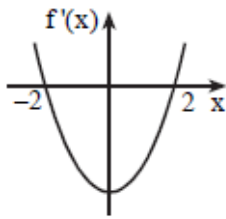


גרף 3



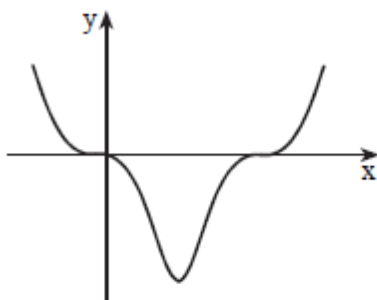
גרף 4

16. לפונקציה $g(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד. נקודת מקסימום ב- $x = -1$ ונקודת מינימום ב- $x = 5$. שרטט גרף של הפונקציה הנגזרת $g'(x)$.



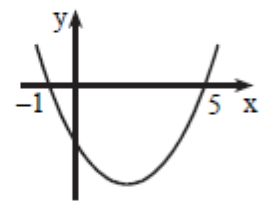
17. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות:

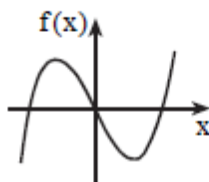


14. א. $(3; -729)$ מינימום.
 ב. עלייה: $x > 3$, ירידה: $x < 3$.
 ג. א. $(0;0)$, $(6;0)$.

15. א. חיובי. ב. גרף 1.



16.



ג.

17. א. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$, ירידה: $-2 < x < 2$.
 ב. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.

חקירת פונקציית שורש

- חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:
- תחום הגדרה.
 - נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
 - תחומי עלייה וירידה.
 - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$y = 2x + \sqrt{1-x}$$

2. Ⓢ

$$y = 4\sqrt{x} - x$$

1.

$$y = \sqrt{x^2 - 8x + 25}$$

4.

$$y = 4\sqrt{x} - x^2$$

3.

$$y = x\sqrt{4x - x^2}$$

12. Ⓢ

$$y = (4-x)\sqrt{x}$$

11.

$$y = 2x\sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

14.

$$y = \frac{1}{8}x\sqrt{64 - x^2}$$

13.

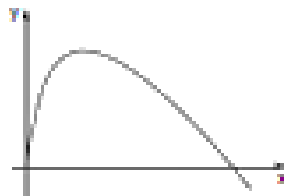
23. נתונה הפונקציה $y = 2\sqrt{x+3} - x$. מצא עבור פונקציה זו:
- תחום הגדרה.
 - נקודות קיצון.
 - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא לאילו ערכים של k חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה:

(1) באף נקודה. (2) בנקודה אחת. (3) בשתי נקודות.

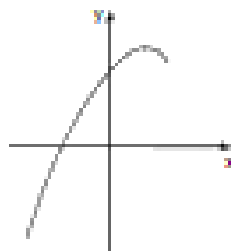
24. נתונה הפונקציה $y = x + \sqrt{x} - 6$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- הוכח שלפונקציה אין נקודה שבה $y' = 0$.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- הראה שהפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד ומצא את שיעורי הנקודה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

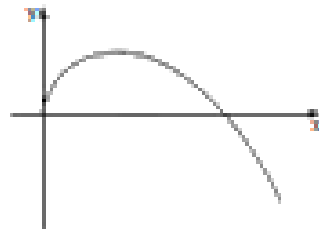
תשובות:



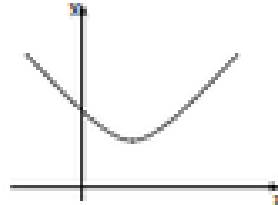
1. א. $x \geq 0$.
 ב. מקסימום, (4,4); מינימום, (0,0).
 ג. עלייה: $0 < x < 4$; ירידה: $x > 4$.
 ד. (0,0), (16,0).



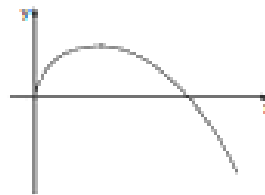
2. א. $x \leq 1$.
 ב. מקסימום, (0.9375, 2.125); מינימום, (1,2).
 ג. עלייה: $x < 0.9375$; ירידה: $0.9375 < x < 1$.
 ד. (0,1), (0.64,0).



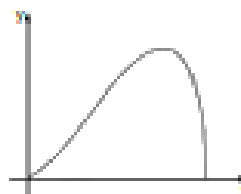
3. א. $x \geq 0$.
 ב. מקסימום, מינימום. $(0,0)$, $(1,3)$.
 ג. עלייה: $0 < x < 1$; ירידה: $x > 1$.
 ד. $(0,0)$, $(2.52,0)$.



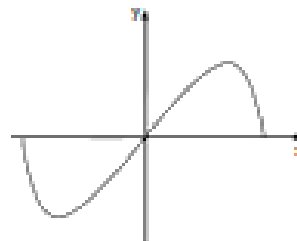
4. א. כל x .
 ב. $(4,3)$ מינימום.
 ג. עלייה: $x > 4$; ירידה: $x < 4$.
 ד. $(0,5)$.



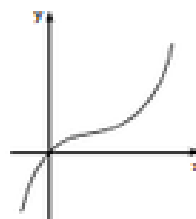
11. א. $x \geq 0$.
 ב. $(1\frac{1}{3}; 3.079)$ מקסימום, $(0,0)$ מינימום.
 ג. עלייה: $0 < x < 1\frac{1}{3}$; ירידה: $x > 1\frac{1}{3}$.
 ד. $(0,0)$, $(4,0)$.



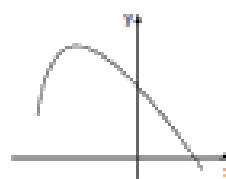
12. א. $0 \leq x \leq 4$. ב. $(3, 3\sqrt{3})$ מקסימום, $(0,0)$ מינימום, $(4,0)$ מינימום.
 ג. עלייה: $0 < x < 3$; ירידה: $3 < x < 4$.
 ד. $(0,0)$, $(4,0)$.



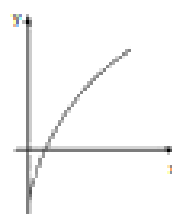
13. א. $8 \leq x \leq 8$. ב. $(4\sqrt{2}, 4)$ מקסימום, $(8,0)$ מינימום, $(4\sqrt{2}, 0)$ מינימום.
 ג. עלייה: $4\sqrt{2} < x < 8$; ירידה: $8 < x < 4\sqrt{2}$ או $4\sqrt{2} < x < 8$.
 ד. $(0,0)$, $(8,0)$, $(-8,0)$.



14. א. כל x . ב. אין.
 ג. עלייה: כל x ; ירידה: אין.
 ד. $(0,0)$.

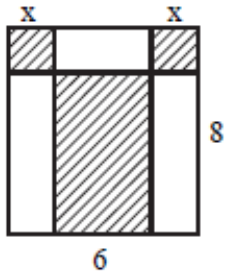


23. א. $x \geq 3$.
 ב. $(2,4)$ מקסימום, $(3,3)$ מינימום.
 ג. $(0, 2\sqrt{3})$, $(6,0)$.
 ד. (1) $k > 4$; (2) $k = 4$ או $k < 3$; (3) $3 \leq k < 4$.



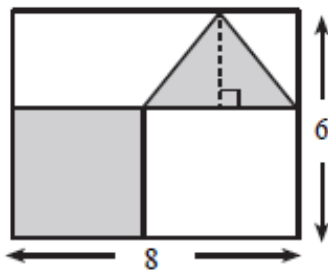
24. א. $x \geq 0$.
 ג. עלייה: $x > 0$; ירידה: אין.
 ד. $(4,0)$.
 ה. חלופיות: $x > 4$; שולליות: $0 \leq x < 4$.

עבודת קיץ – בעיות קיצון (4 יחידות)



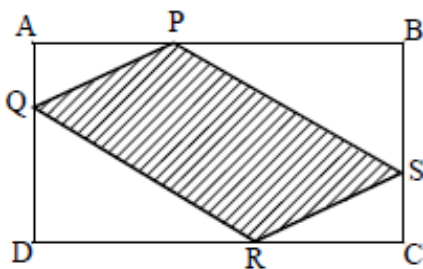
1. בחלון מלבני שממדיו 8 מטרים ו-6 מטרים רוצים להרכיב זכוכית משני סוגים: בשטחים המקווקווים המורכבים משני ריבועים שצלעם x וממלבן נוסף רוצים להרכיב זכוכית צבעונית, ובשטחים הלבנים שבציור רוצים להרכיב זכוכית שקופה (ראה ציור).
 א. מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח הזכוכית השקופה יהיה מקסימלי?
 ב. מהו השטח המקסימלי של הזכוכית השקופה?

תשובה: א. 2.75 מטר. ב. 30.25 מ"ר.



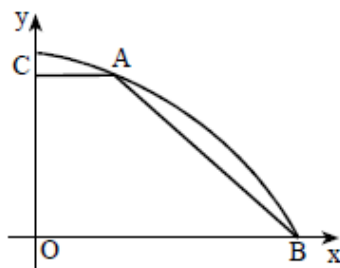
2. בתוך מלבן שאורכו 8 ס"מ ורוחבו 6 ס"מ חסומים ריבוע ומשולש אפורים. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שהשטח האפור יהיה מינימלי?

תשובה: $2\frac{1}{3}$ ס"מ.



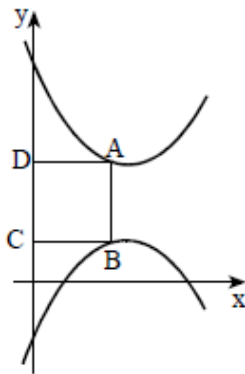
3. נתון מלבן ABCD שממדיו: $AB = 32$ ס"מ ו- $AD = 24$ ס"מ. על צלעות המלבן מקצים קטעים: $AP = CR = 2x$, $CS = AQ = x$. מצא את שטח המקסימלי של המקבילית PQRS.

תשובה: 400 סמ"ר.



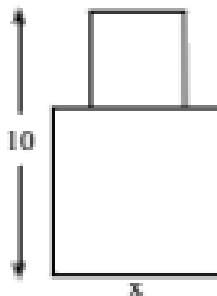
4. נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $y = -x^2 + 81$ ברביע הראשון. הקטע AC מקביל לציר ה- x . מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A, כדי ששטח הטרפז ישר-הזווית ABOC יהיה מקסימלי.

תשובה: (3; 72).



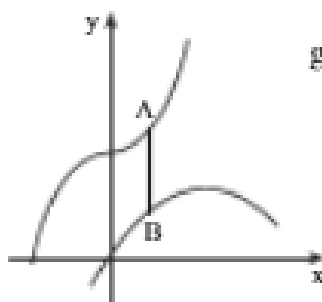
5. נקודה A נמצאת על הפונקציה $y = x^2 - 3x + 9$ ברביע הראשון. נקודה B נמצאת על הפונקציה $y = -x^2 + 3x - 2$ ברביע הראשון. הקטע AB מקביל לציר ה- y . הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה- y כך ש-ABCD מלבן. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי.

תשובה: (1.25; 6.8125).



6. הצורה המוצגת בציור מורכבת משני ריבועים המונחים זה על גבי זה. גובה הצורה הוא 10 ס"מ (ראה ציור). מה צריך להיות אורך הצלע של הריבוע התחתון כדי ששטח הצורה יהיה מינימלי?

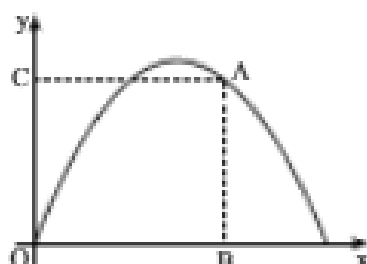
תשובה: 5 ס"מ.



7. נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = 2x^3 + 15$. נקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x) = -9x^2 + 24x$. הקטע AB מקביל לציר ה- y (ראה ציור). נתון: $0 < x_A \leq 2$.

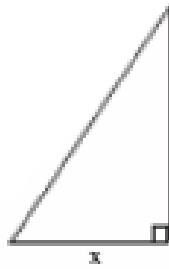
- א. מצא את אורכו המינימלי של הקטע AB.
ב. מצא את אורכו המקסימלי של הקטע AB.

תשובה: א. 2. ב. 19.



8. בנקודה הנמצאת על הפרבולה $y = -x^2 + 5x$, בקטע $0 \leq x \leq 5$, מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן ABOC (ראה ציור). מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A:
א. כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?
ב. כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי?

תשובה: א. (3; 6). ב. (0; 0).



9. לפניך משולש ישר-זווית שסכום ניצביו 6 ס"מ.

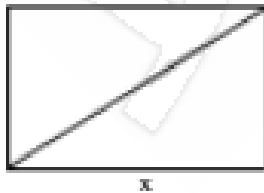
נסמן ב- x את אורך אחד מניצבי המשולש.

א. הבע באמצעות x את אורך הניצב השני.

ב. הבע באמצעות x את אורך היתר.

ג. מה צריך להיות x כדי שאורך היתר יהיה מינימלי?

תשובה: א. $6-x$. ב. $\sqrt{2x^2 - 12x + 36}$. ג. 3 ס"מ.



10. לפניך מלבן שהיקפו 8 ס"מ.

נסמן ב- x את אורך אחת מצלעות המלבן.

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע הסמוכה לה.

ב. מצא מה צריכות להיות צלעות המלבן

כדי שאורך אלכסונו יהיה מינימלי.

תשובה: א. $4-x$. ב. 2 ס"מ, 2 ס"מ.

משוואות אי-רציונאליות:

$$x = \sqrt{18 - x^2} \quad 1.$$

$$x + 5 = 6\sqrt{x} \quad 2.$$

$$\sqrt{2x - 2} = 5 - x \quad 3.$$

תשובות: 1. 3 2. 1,25 3.3

אי-שיוויונות ממעלה שנייה:

$$x^2 + 16 > 0 \quad 1.$$

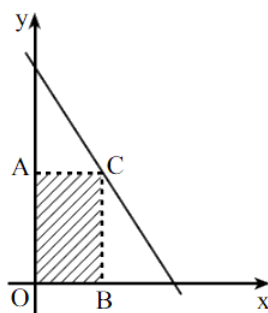
$$-3x^2 + 7x + 10 < 0 \quad 2.$$

$$(x + 1)^2 > 0 \quad 3.$$

$$x^2 - 4x \geq 0 \quad 4.$$

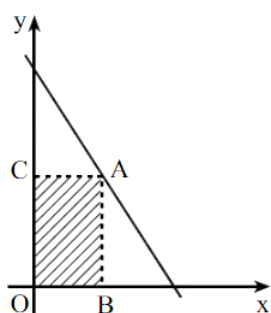
תשובות:

1. כל x 2. $X > 3\frac{1}{3}$ או $X < -1$ 3. $X \neq 1$ 4. $X \geq 4$ או $X \leq 0$



בציור מתואר הישר $y = -x + 10$. הנקודה $C(x; -x + 10)$ נמצאת על הישר ברביע הראשון. מנקודה C מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן AOBC. א. הבע באמצעות x את שטח המלבן. ב. מצא באיזה תחום נמצא שיעור ה- x של הנקודה C, אם שטח המלבן הוא בין 16 ל-24.

תשובה: א. $-x^2 + 10x$. ב. $6 < x < 8$ או $2 < x < 4$.



על גרף הפונקציה $y = -2x + 12$ בוחרים נקודה A ברביע הראשון וממנה מורידים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן AOBC. מצא באיזה תחום צריך להימצא שיעור ה- x של הנקודה A אם היקף המלבן קטן מ-18 ושטח המלבן גדול מ-16.

תשובה: $3 < x < 4$.